ACTIVITÉ 1 L'astronomie avant les instruments

CORRIGÉ

Exercice 1: La forme de la Terre

1.1 - Quels arguments peuvent être avancés en faveur de la rotondité de la Terre?

- Les bateaux s'éloignant à l'horizon dont la coque disparaît avant les voiles.
- La forme de l'ombre circulaire de la Terre observée lors des éclipses de lune.
- L'observation du lever de soleil sur un relief (cf 1.2).
- L'étoile polaire reste fixe dans le ciel, mais sa position est différente suivant la latitude du lieu.

1.2 - Départ d'un bateau à voile.

1.3 - Observation du lever de soleil sur un relief.

Sachant que le soleil décrit un cercle de 360° en 24h, les 5 minutes de différences correspondent à un angle α de 1.29°. Connaissant l'altitude h du sommet de 530m, on déduit la distance au bord du monde D par trigonométrie (Fig. 1): tan(α) = h/D, soit D = h/tan(α) = 0.530/tan(1.29°) = 23.6 km.

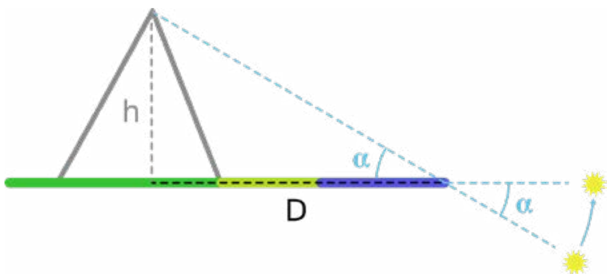

Fig. 1: Schéma d'un lever de soleil pour une terre plate.

Si le bord du monde était aussi près, il y a longtemps que nous l'aurions vu !

Dans le cas où la Terre est ronde (Fig. 2), l'angle α de 1.29° correspond cette fois à la portion de sphère séparant les deux points où les rayons du soleil sont tangent à la surface pour illuminer d'abord le sommet, puis la plage.

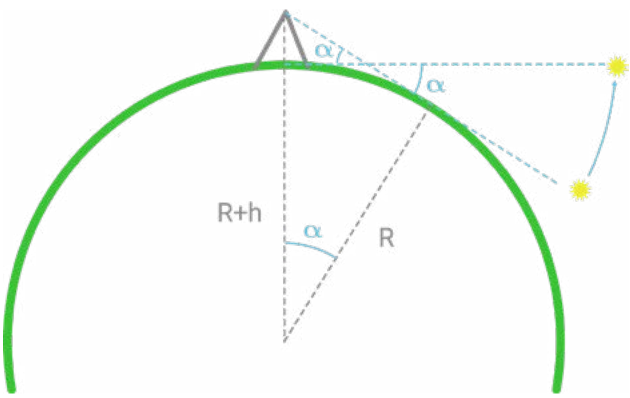

Fig. 2 : Schéma du lever de soleil si la Terre est ronde.

On a alors cos(α) = R/(R+h), soit R= h*cos(α)/(1-cos(α)) = 2098 km, ce qui est assez éloigné des 6317 km de rayon de la Terre (différence d'un facteur trois), car nos mesures de temps entre les deux instants sont assez grossières (et surtout, nous né-

-gligeons complètement le phénomène de réfraction qui courbe les rayons lumineux dans l'atmosphère).

L'important ici est de noter l'ordre de grandeur : la terre à un rayon de plusieurs milliers de kilomètre, et sa circonférence est donc au minimum de $2\pi R > 10{,}000$ km. Il est donc normal que personne n'en ait fait le tour dans l'Antiquité, et que nos sens nous indiquent que la Terre est **localement** « plate » !

Exercice 2. La taille de la Terre

2.1 - Quelle observation mentionnée préalablement a donné cette idée à Eratosthène ?

Vers 600 Av JC, Anaximandre avait noté que l'étoile polaire reste fixe dans le ciel, quelque soit l'heure ou la saison. En revanche sa position est différente suivant notre position sur Terre. Sa place dans le ciel s'approche de la verticale (le zénith) au fur et à mesure qu'on se déplace vers le nord, et inversement lors d'un voyage dans le sud.
Le même phénomène s'applique donc à tous les corps céleste : leur distance à la verticale dépend de notre position sur Terre. Or, la définition même des tropiques est la zone sur Terre où le soleil se trouve à la verticale du lieu à un moment dans l'année (Fig. 3).

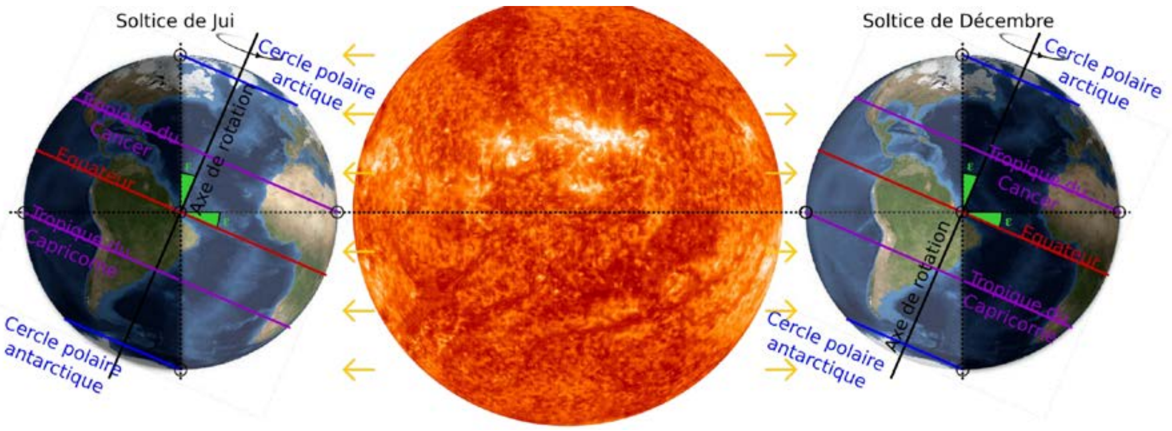

Fig. 3: Définition des tropiques et cercles polaires. L'angle **ε** est appelé l'obliquité (23.5°).

2.2 - Réaliser un schéma représentant la géométrie décrite ci-dessus.

Trois solutions étaient possibles pour expliquer un tel phénomène (Fig. 4): soit le soleil était près de la Terre, et la différence de direction entre Syene et Alexandrie fournissait sa distance (Fig. 4, à gauche), soit la terre était ronde (Fig. 4, au centre) et que l'angle est une combinaison de la rotondité de la Terre et de la distance au soleil, soit que le soleil tellement éloigné qu'on peut considérer que ces rayons arrivent parallèles (Fig. 4, à droite).

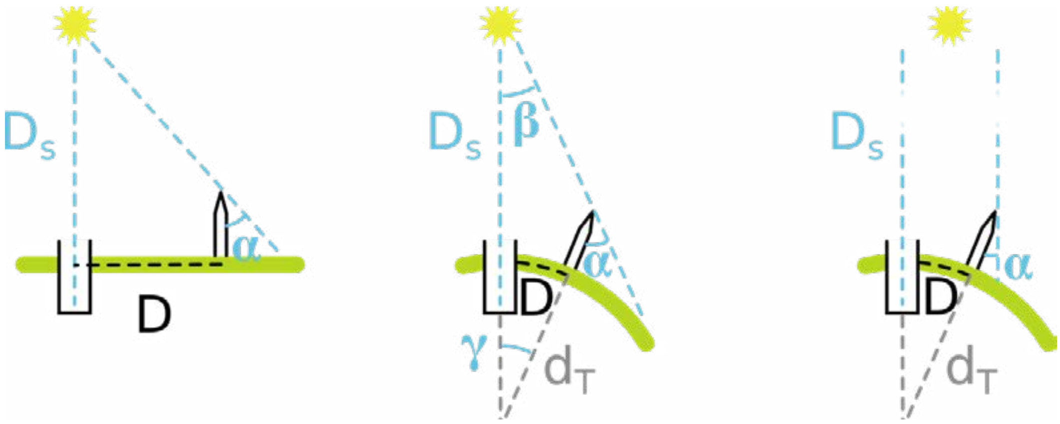

Fig. 4: Les trois configurations imaginées par Erathostène pour expliquer l'angle **α** de l'ombre à Alexandrie (obélisque) alors que le soleil était à la verticale de Syene (puit).

2.3 - Quelle hypothèse sur la distance du Soleil Eratosthène a-t-il du émettre ?

La première configuration conduit à une distance du Soleil de Ds = D/tan(α), soit 800/tan(7.2°) = 6332 km. C'est ce qu'avait fait Anaxagore en -450, il avait trouvé que le Soleil était une boule de 60 km située à 6500 km de la Terre.

Or, vers 270 ans avant J.-C. Aristarque avait montré que la Lune se situait à environ 200000 km de la Terre (nous le verrons dans l'exercice 3), et on savait que le soleil était encore plus éloigné que la lune car lors des éclipses celle-ci passait devant le soleil. Une distance de 6000 km était donc trop faible.

Comme la seconde configuration est un cas dégénéré, où l'angle **α** est du en partie à la taille de la Terre et en partie à la distance finie du Soleil, Eratosthène supposa que le Soleil était suffisament loin pour que ces rayons arrivent parallèles, et que **α** soit entièrement dû à la courbure de la Terre.

2.4 - Quel est le rayon de la Terre ?

Si α est entièrement dû à la courbure de la Terre, comme le supposa Erastothène, alors la distance D entre Syene et Alexandrie est simplement une portion du périmètre terrestre, p, qui vaut alors

$$p = D*360/\alpha = 800 * 360/7.2 = 40000 \text{ km}$$

Soit un rayon $d_T = p/(2\pi) = 6366$ km, extremment proche de la valeur correcte de 6317 km.

La précision du résultat d'Eratosthène est remarquable, et due à la régularité des pas des chameaux. La difficulté majeure de cet exercice réside en effet dans la mesure de la distance séparant les deux villes. Comme les chameaux marchent avec une distance entre leurs pas très régulière, on pouvait mesurer des distances en comptant le nombre de pas effectués (dans une caravane, la personne comptant ces pas s'appelait le *bématiste*).

On peut maintenant s'interroger sur l'erreur introduite par l'hypothèse d'Eratosthène : sachant que le soleil n'est **pas** situé à une distance infinie, ses rayons arrivent avec un petit angle. De combien le résultat est-il faussé ?

Si on note β l'angle fait par les rayons du soleil et φ l'angle entre les deux verticales, alors $\alpha = \beta + \varphi$.

Comme $\tan(\beta)=D/Ds$, on peut calculer sa valeur pour différentes distances du Soleil (Fig. 5). On voit alors que dès que l'on sait que le soleil se situe plus loin que la lune, l'erreur est minime.

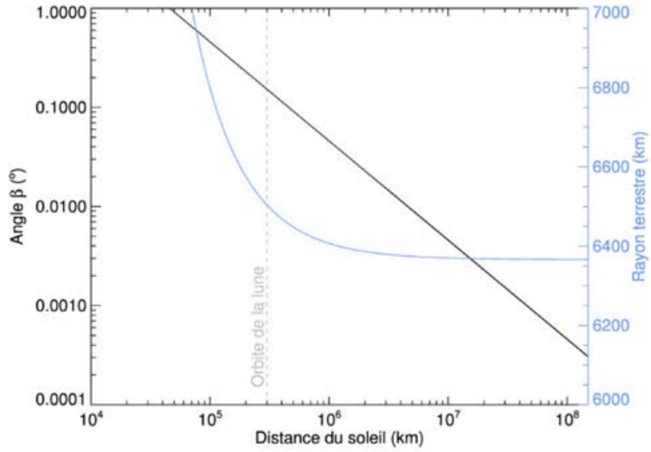

Fig. 5: Erreur introduite par la distance finie du Soleil.

La mesure du méridien, c'est à dire du rayon terrestre, fut reprise avec une précision bien supérieure en 1670 par l'abbé Picard avec le même protocole: la mesure de l'angle entre la verticale et un astre en deux lieux différents.

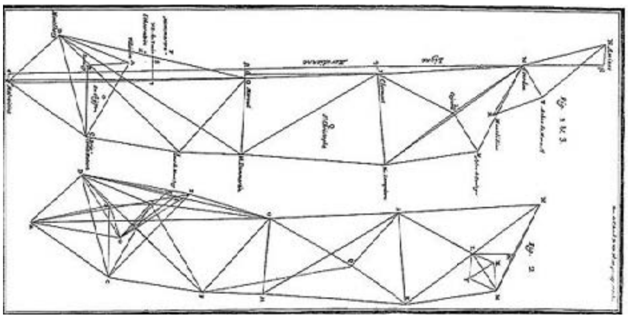

Fig. 6: Triangulation réalisée par Picard.

Picard obtient une mesure très précise (un rayon de 6372 km alors que la valeur mesurée actuellement est de 6371 km) grâce à la détermination exacte de la distance entre les deux lieux (133 km), mesurée par triangulation, tout comme le fait l'IGN de nos jours (Fig. 6).

Exercice 3: Le diamètre et la distance de la Lune.

3.1 - Quels arguments peuvent être avancés en faveur de la rotondité de la Lune?

- Aspect circulaire et la rotondité de la Terre.
- Forme des différents croissants.

3.2 - Comment peut-on mesurer le diamètre angulaire de la Lune ?

L'angle α sous lequel nous voyons un objet (lune, soleil, ballon...) peut s'écrire

$$\tan(\alpha) = \text{diamètre} / \text{distance}$$

Ainsi, la taille apparente de deux objets peut être égale, malgré de fortes différences de taille: il suffit que l'objet deux fois plus gros soit deux fois plus loin. C'est pour cette raison que nous voyons des éclipses totales de soleil depuis la terre: la taille angulaire de la lune et du soleil sont égales, ce qui nous donne

$$\tan(\alpha_S) = \tan(\alpha_L) = d_S/D_S = d_L/D_L ,$$

avec d_S et d_L les diamètres du soleil et de la lune, et D_S et D_L leurs distances.

Il est facile de mesurer cet angle, par exemple, en tenant une règle à bout de bras et en mesurant la taille de la lune sur la règle, on obtient d_B. Il suffit de connaître la longueur de son bras D_B pour en déduire l'angle, qui est de 0.5 degré, ou encore 30' (Fig. 7).

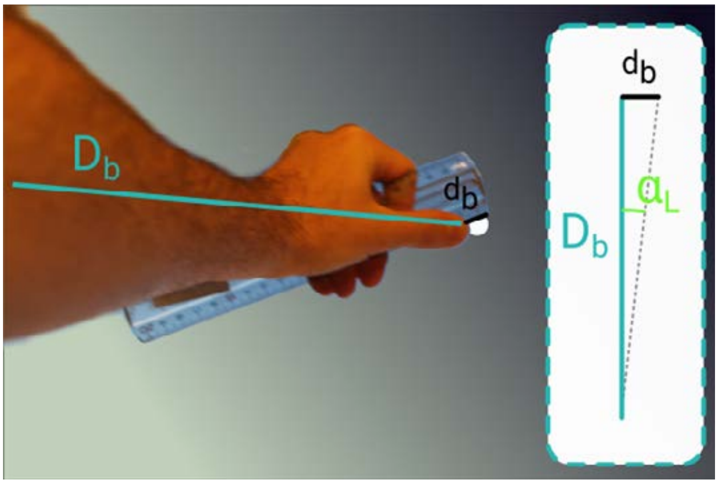

Fig. 7: Mesure de la taille angulaire de la lune.

Mais comment mesurer soit la taille physique, soit la distance?

3.3 - Quel évènement astronomique peut être utilisé pour mesurer la taille de la lune ?

À partir de l'observation d'une éclipe de lune, il est possible de déterminer le diamètre de la lune en fonction de celui de la Terre, en reliant la taille de la lune à la taille du cône d'ombre de la Terre.

3.4 - **Tracer un schéma le représentant.**

En représentant le soleil, la terre, et la lune lors d'une éclipse de lune (Fig. 8), nous voyons se dessiner plusieurs triangles rectangles.

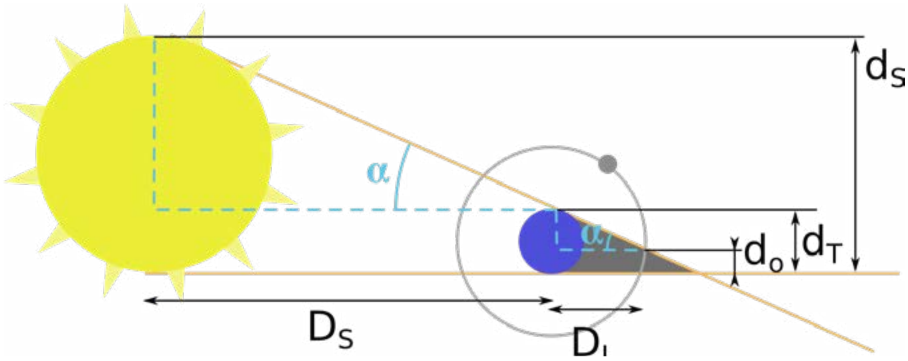

Fig. 8: Géométrie lors d'une éclipse de lune

3.5 - ***a)*** **Exprimer le rapport de taille entre l'ombre et la Lune.**

Avec d_S, d_T, et d_O les diamètres du Soleil, de la Terre, et du cone d'ombre à la distance de la lune, nous avons

$$\tan(\boldsymbol{\alpha}) = (d_S - d_T)/D_S = (d_T - d_o)/D_L.$$

Comme d_S est très grand devant d_T , alors $d_S - d_T \sim d_S$, et

$$\tan(\boldsymbol{\alpha}) = (d_S - d_T)/D_S = d_S/D_S = (d_T - d_o)/D_L$$

or, comme la lune et le soleil ont le même diamètre angulaire $d_S/D_S = d_L/D_L$, soit

$$d_L/D_L = (d_T - d_o)/D_L,$$

ou encore

$$d_L = d_T - d_o$$

La mesure de la taille du cône d'ombre fournira donc le diamètre de la lune.

b) **Exprimer le rapport de taille entre l'ombre et la Terre.**

À partir d'un dessin (antiquité), ou d'une photographie de la lune partiellement éclipsée par la Terre (Fig. 9), on peut estimer le diamètre du cône d'ombre à la distance de la lune par rapport au diamètre de la lune en traçant plusieurs segments le long du bord de l'ombre, puis en dessinant leurs médiatrices. Celles-ci se croisent au centre du cône d'ombre, permettant de mesurer son diamètre. On trouve alors que d_o=2.5d_L .

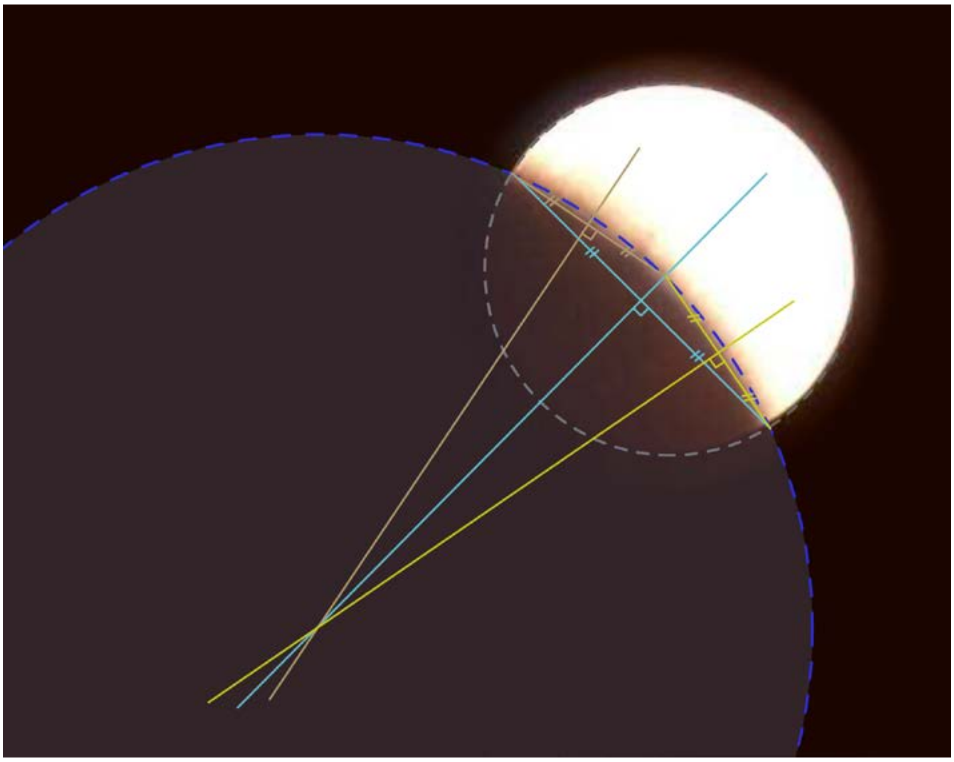

Fig. 9: Taille de l'ombre de la Terre sur la lune.

3.6 - Déterminer le diamètre et la distance de la lune.

Étant établies les deux relations antérieures : $d_L = d_T - d_o$ et d_o=2.5d_L , on trouve $d_L = d_T/3.5$, soit 1840 km, proche du rayon de 1740 km mesuré actuellement. Et on en déduit la distance $D_L = d_L /\tan(0.5)$ = 210995 km, son demi grand axe étant en réalité de 384399 km.

Autant pour la mesure de la taille de la Terre que celles de la distance et du diamètre de la lune, les valeurs déterminées par Aristarque environ 270 ans avant J.-C. donnaient déjà une très bonne description des échelles de distance, même si elles pouvaient évidement être améliorées.

Aujourd'hui, la distance de la lune est mesurée grâce à l'enregistrement du temps d'aller-retour entre l'émission d'un laser depuis un télescope sur la Terre et sa réflexion sur les réflecteurs posés par les missions Apollo et Lunokhod entre 1969 et 1973. Le télescope MeO sur le site de Calern de l'OCA, doté d'un puissant laser, effectue ces mesures régulièrement. Sa taille (ainsi que tous les reliefs) ont fait l'objet de diverses missions spatiales, comme SELENE et LRO des agences spatiales japonaise et américaine.

Exercice 4: La distance au Soleil.

4.1 - **Quel configuration astronomique permet de mesurer la distance au Soleil ?**

Ici encore, le diamètre et la distance du soleil sont intimement liés dans notre mesure de sa taille angulaire. Tout comme pour la lune, Aristarque proposa d'utiliser une configuration céleste bien précise pour déterminer d'abord la distance au soleil, de laquelle on aurait déduit sa taille.

Pour cela, il considéra l'instant du premier ou du dernier quartier de lune. À ce moment, la Terre, la lune, et le soleil forment un triangle rectangle (Fig. 10). La mesure de l'angle entre la lune et le soleil vu depuis la Terre (très proche de 90 deg. mais magnifié sur la figure) fournira la distance au soleil par trigonométrie, suivant: $D_S = \tan(\beta) * D_L$.

4.2 - **La représenter schématiquement.**

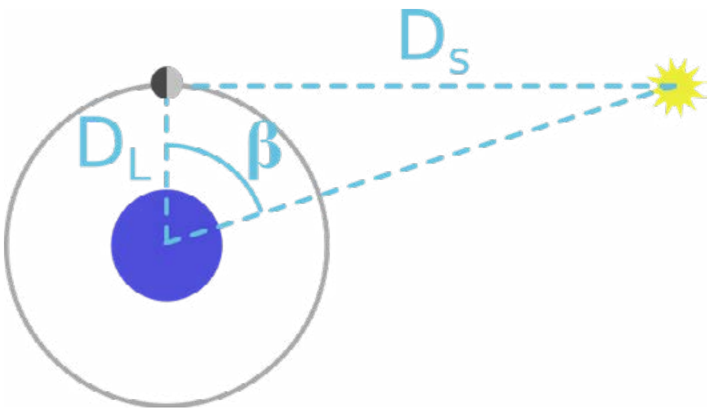

Fig. 10: Géométrie lors d'un quartier de lune. L'angle **β** est très proche de 90° en réalité car le soleil est extrêmement loin.

4.3 - **Les résultats de cette méthode n'ont jamais été précis, expliquer pourquoi.**

Ni l'instant exact du quartier, ni l'angle ne sont aisés à mesurer. Il est en effet très complexe de pointer le centre du soleil et de la lune, qui sont éblouissants, tout en mesurant un précisement un angle proche de 90°.

Aristarque estima cet angle à 3o, plaçant ainsi le soleil à seulement 11000 km. Pratiquement, la mesure précise de cet angle ne sera jamais réalisée, et il faudra attendre des siècles pour enfin mesurer la distance du soleil.