

**ASTRONOMIE ET  
MATHÉMATIQUES :  
DES RELATIONS TOUJOURS  
AUSSI FERTILES**

**Albert Bijaoui**

**Observatoire de la Côte d'Azur**

**Société Astronomique de Cannes**

**14 novembre 2001**

# Plan de l'exposé

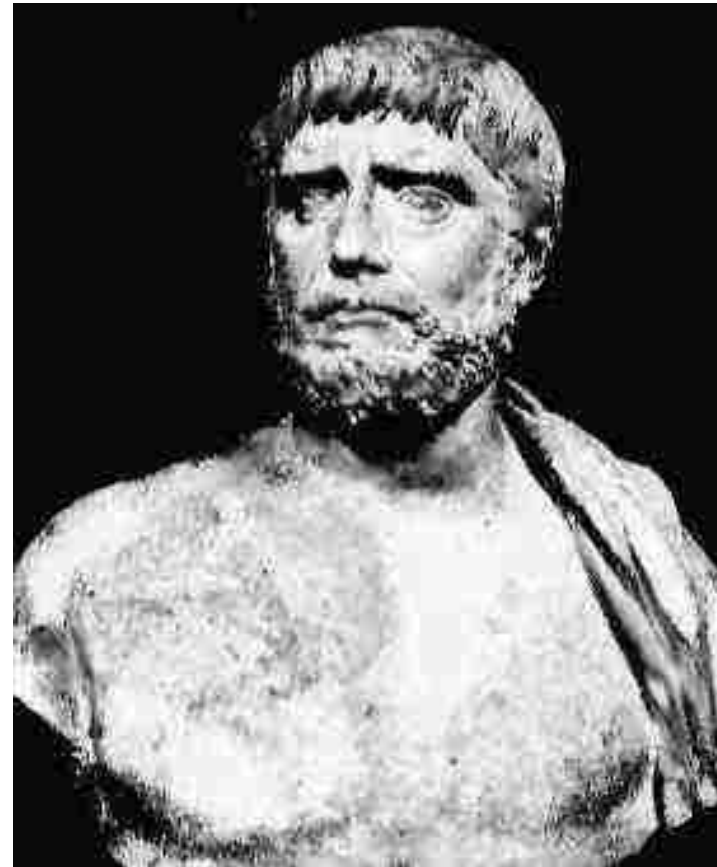
- Astronomes / Mathématiciens
- Mathématiques pour interpréter
  - La Géométrie et l'Univers
  - Le chaos cosmique
  - L'analyse spectrale et la turbulence
  - Modélisation et simulation
- Mathématiques pour analyser
  - Astro Statistiques
  - Le traitement du signal
  - Le traitement des images
  - L'analyse des images
- Les mathématiques expérimentales

# Astronomes et Mathématiciens

- L'antiquité
  - La géométrie
  - Le calcul
  - Quelques astronomes marquants
- La période Arabe
- Les temps modernes
  - Kepler : les logarithmes et les ellipses
  - Newton : le calcul différentielle et intégral
  - Laplace : le potentiel
  - Lagrange : la mécanique analytique
- Poincaré et le chaos

# Thalès de Milet (-624/-547)

- Un des premiers philosophe, savant, mathématicien et astronome
- Aucun écrit
- Prédiction d'une éclipse de Soleil ?
- Théorèmes de Géométrie?



# Eratostène (-276/-194)

- Directeur de la bibliothèque d'Alexandrie
- Crible d'Eratostène
- Mesure du diamètre de la Terre
- Distances du Soleil et de la Lune
- Orientation de l'axe de la Terre



# Hipparque (-190/-120)

- La précession des équinoxes
- Catalogue de positions d'étoiles
- Distance de la Lune
- Mouvement de la Lune
- Contributions à la trigonométrie



# Ptolémée (85-165)

- L'Almageste
  - Théorie Géocentrique du mouvement du Soleil, de la Lune et des planètes
  - Épicycles
- Positions géographiques
- Optique



# Omar Khayyam (1048-1131)

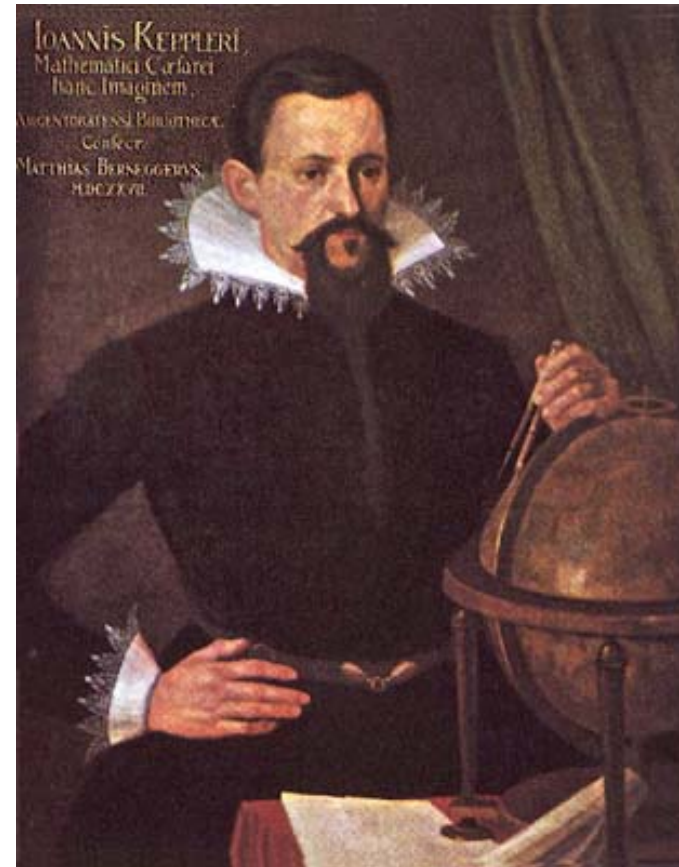
- Tables astronomiques
- Longueur de l'année
- Algèbre
  - L'équation du 3ième degré
- Les Rubaiyats
- *Samarcande*





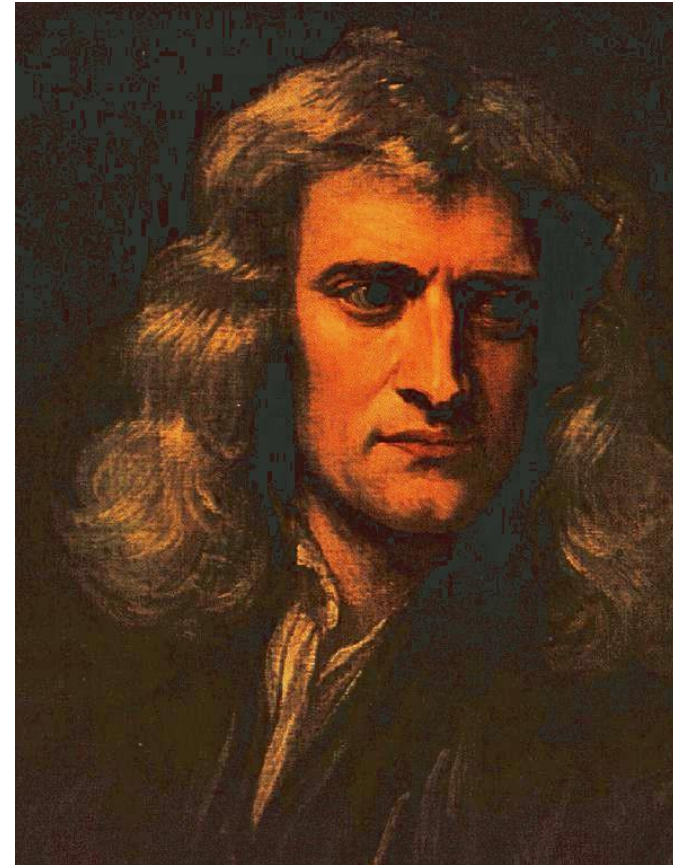
# Jean Kepler (1571-1630)

- Collaborateur de Tycho-Brahé
- Orbites elliptiques
- *L'Harmonie du Monde*
- Les logarithmes



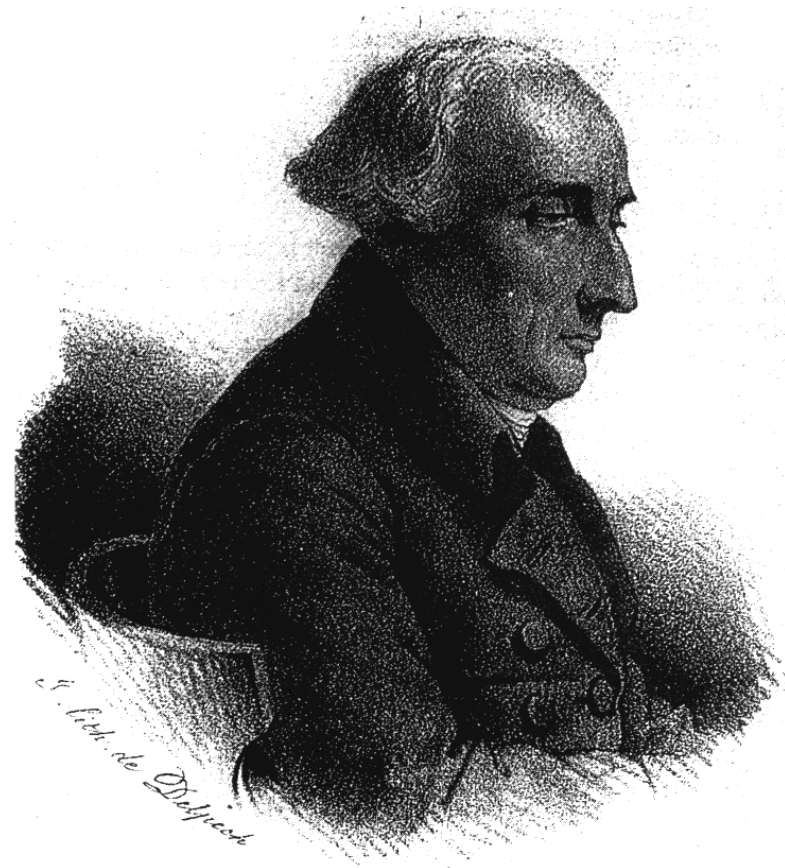
# Isaac Newton (1643-1727)

- Le calcul différentiel et intégral
- Optique
  - Décomposition de la lumière
  - Télescope
  - Théorie de l'émission
  - Anneaux
- La Gravitation Universelle



# Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)

- Calcul des variations
- Mécanique
  - Principe moindre action
  - Énergie cinétique
  - Lagrangien
  - Mécanique analytique
- Libration de la Lune
- Stabilité du système solaire



# Pierre-Simon Laplace

## (1749-1827)

- La théorie du Potentiel
  - Le Laplacien
  - Équation de Laplace
- Mécanique Céleste
  - Mouvements planétaires
  - Stabilité du système solaire
- Exposition du système des Mondes
  - L'astrophysique
  - Nébuleuse primitive
  - Les trous noirs
- Le calcul des probabilités



*Académie des Sciences*

6. Laplace in his robes as Chancellor of the Senate.

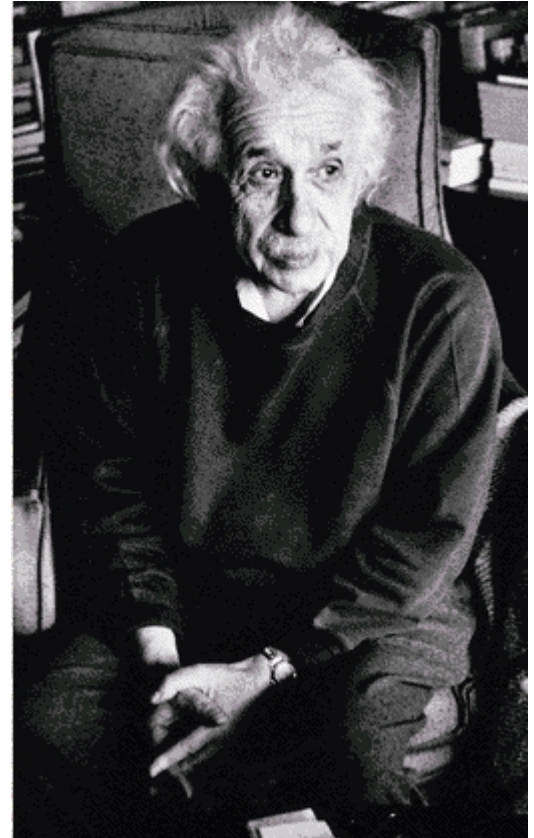
# Jules Henri Poincaré

## (1854-1912)

- Professeur de physique mathématique
  - Topologie
  - Homotopie
- Co-découvreur de la Relativité Restreinte
- Le problème de trois corps
  - Mouvement chaotique



# Les Mathématiques pour Interpréter



# La Géométrie et l'Univers

- Interpréter l'attraction universelle
  - La Relativité Restreinte
  - La métrique de Minkovski
- Intuition d'Einstein :
  - Principe de Mach
  - Lier la métrique aux masses présentes
- Métriques et surfaces : Gauss/Riemann
  - La géométrie différentielle
  - L'algèbre tensorielle
  - L'équation d'Einstein



# Relativité et Modélisation

- Résoudre l'équation d'Einstein

- Objectifs scientifiques

- Orbites près d'un objet massif
    - Modèles d'Univers
    - Étoile à neutrons binaire

- Solutions analytiques

- Métrique de Schwarzschild
    - Métrique de Friedmann – Robertson – Walker

- Solutions numériques

- Échantillonnage de l'espace

- Les ondes gravitationnelles

- Prédiction

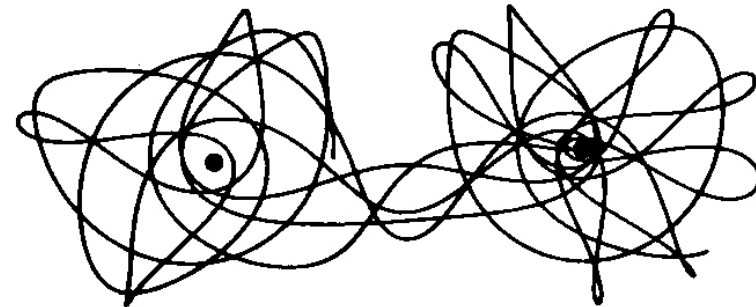
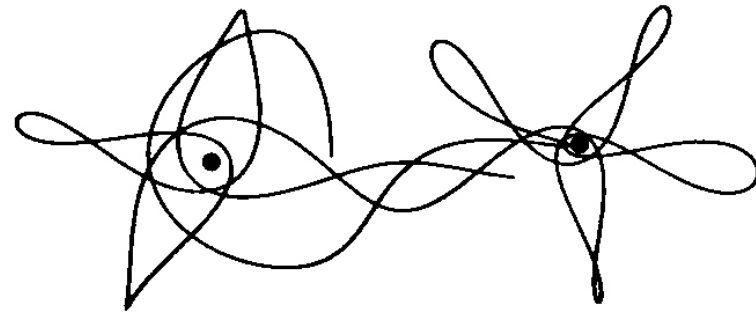
- Détection de ces ondes





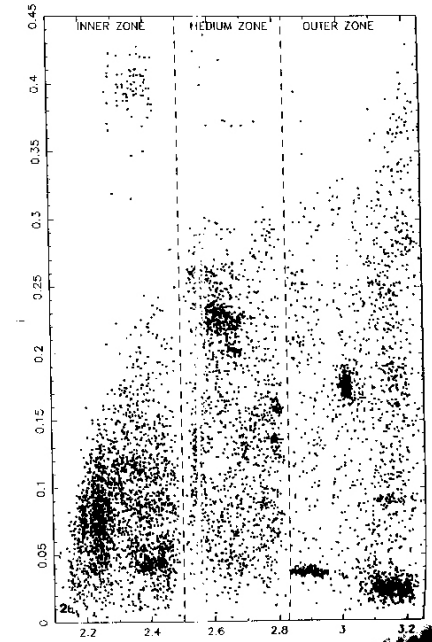
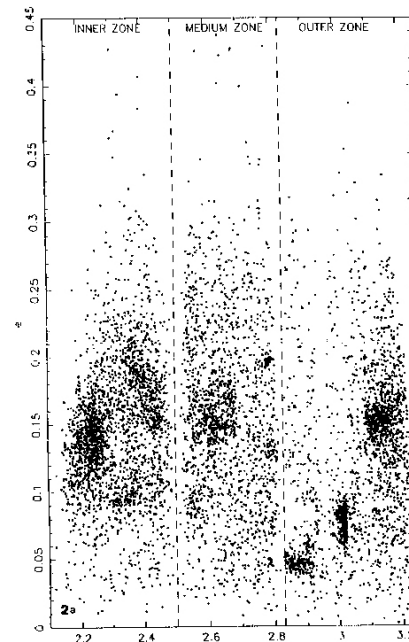
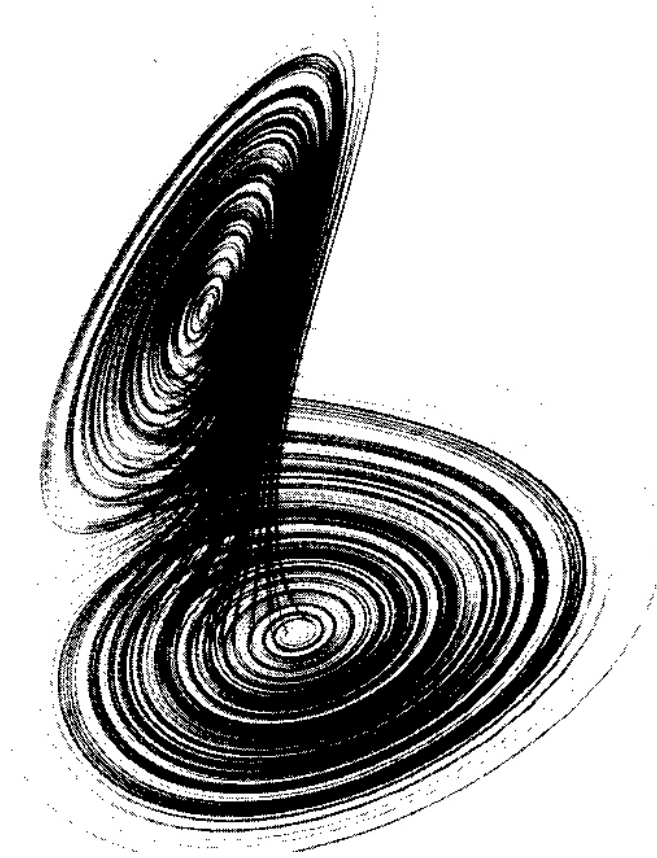
# L'instabilité des orbites

- Poincaré et le problème des 3 corps
  - Sensibilité aux conditions initiales
  - Instabilité du système solaire
- Le théorème KAM
  - Conditions d'instabilité des orbites
  - L'exposant et le temps de Lyapunov



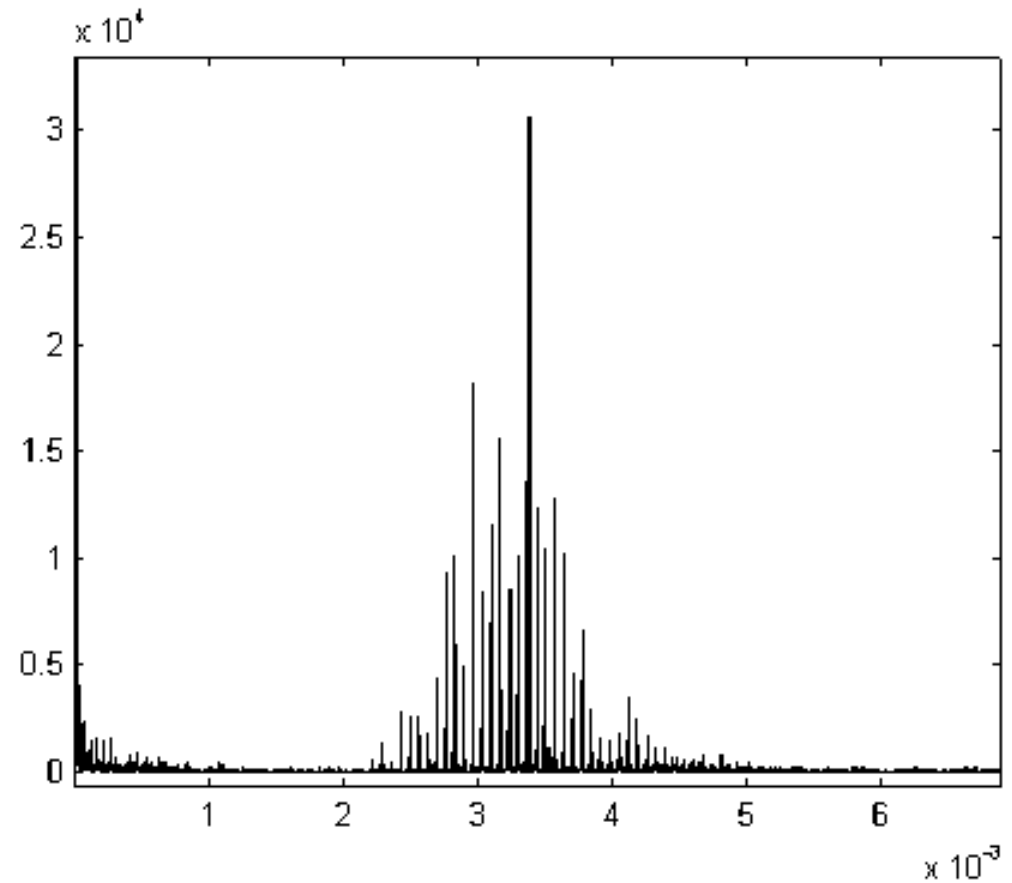
# Le chaos cosmique

- Attracteurs étranges
- Chaos / système solaire
  - Les risques de collision
  - L'évasion de la Lune



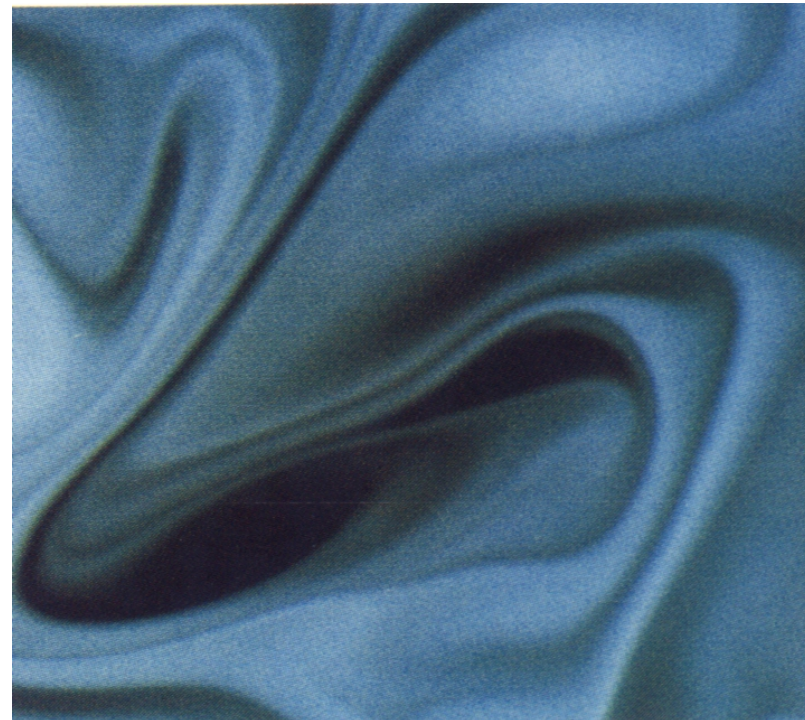
# La Musique des Sphères

- Systèmes linéaires
- Opérateur associé
  - Fonctions et valeurs propres
- Analyse spectrale
  - Invariance par translation
  - transformation de Fourier
- La vibration des étoiles
  - L'hélioséismologie
  - L'astroséismologie
- Voir l'intérieur des étoiles



# La Turbulence

- Les systèmes non linéaires
  - Hydrodynamique : introduction de la viscosité
- Mouvements turbulents
  - Équation de Navier-Stokes
  - Phénomène d'intermittence
- Turbulence et Chaos

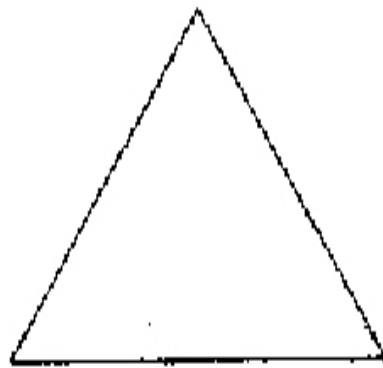


# Les fractales

- Autosimilarité
- Cascades de Richardson
- Les Grandes Structures de l'Univers
- La fragmentation des nuages interstellaires



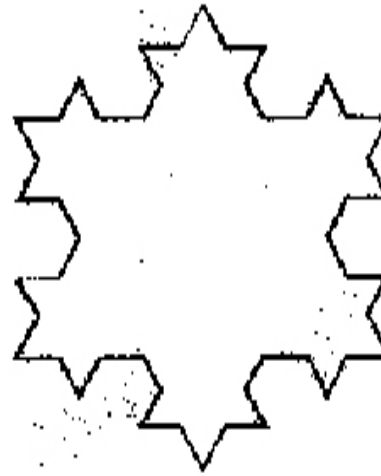
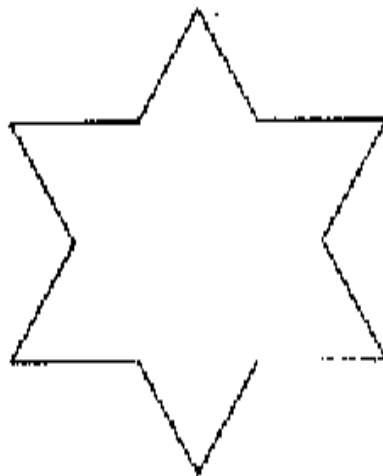
# L'île de Von Koch



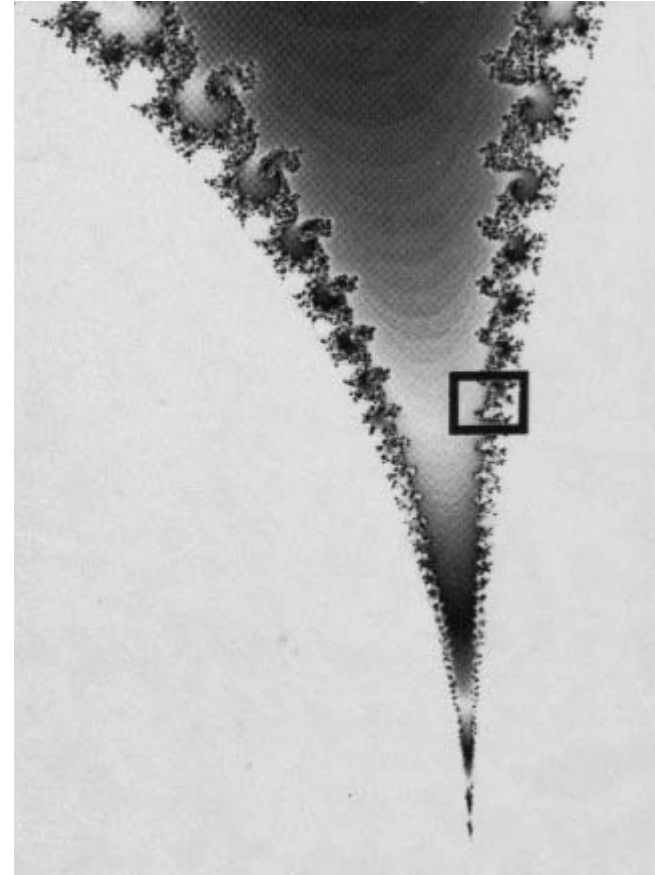
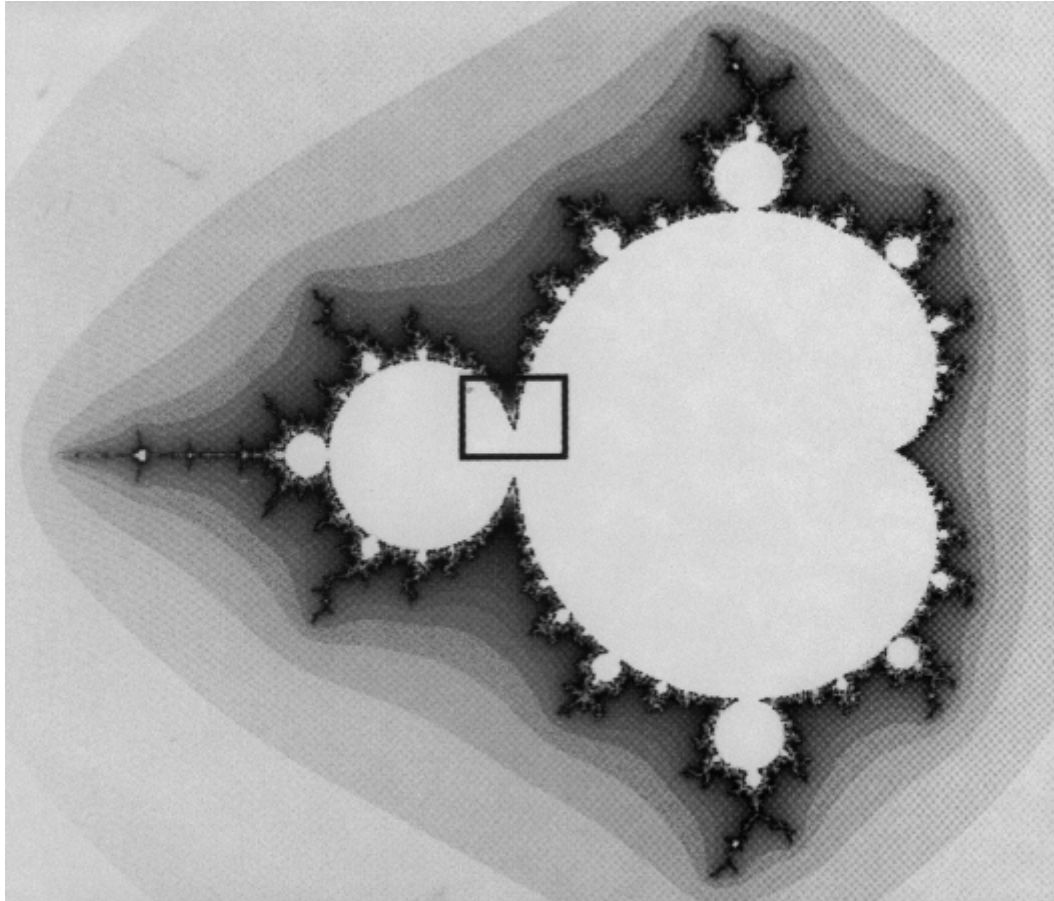
Initiator

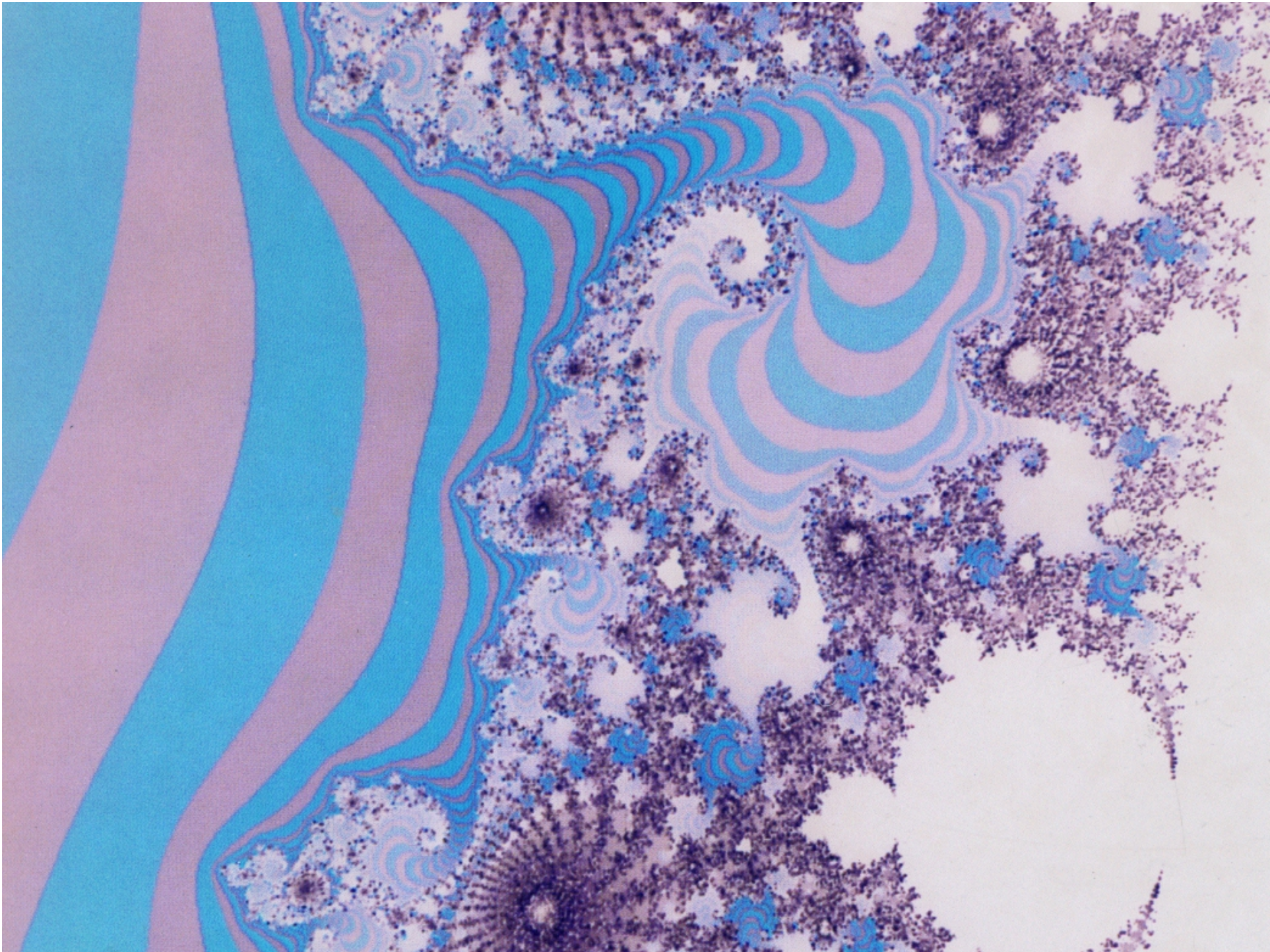


Generator

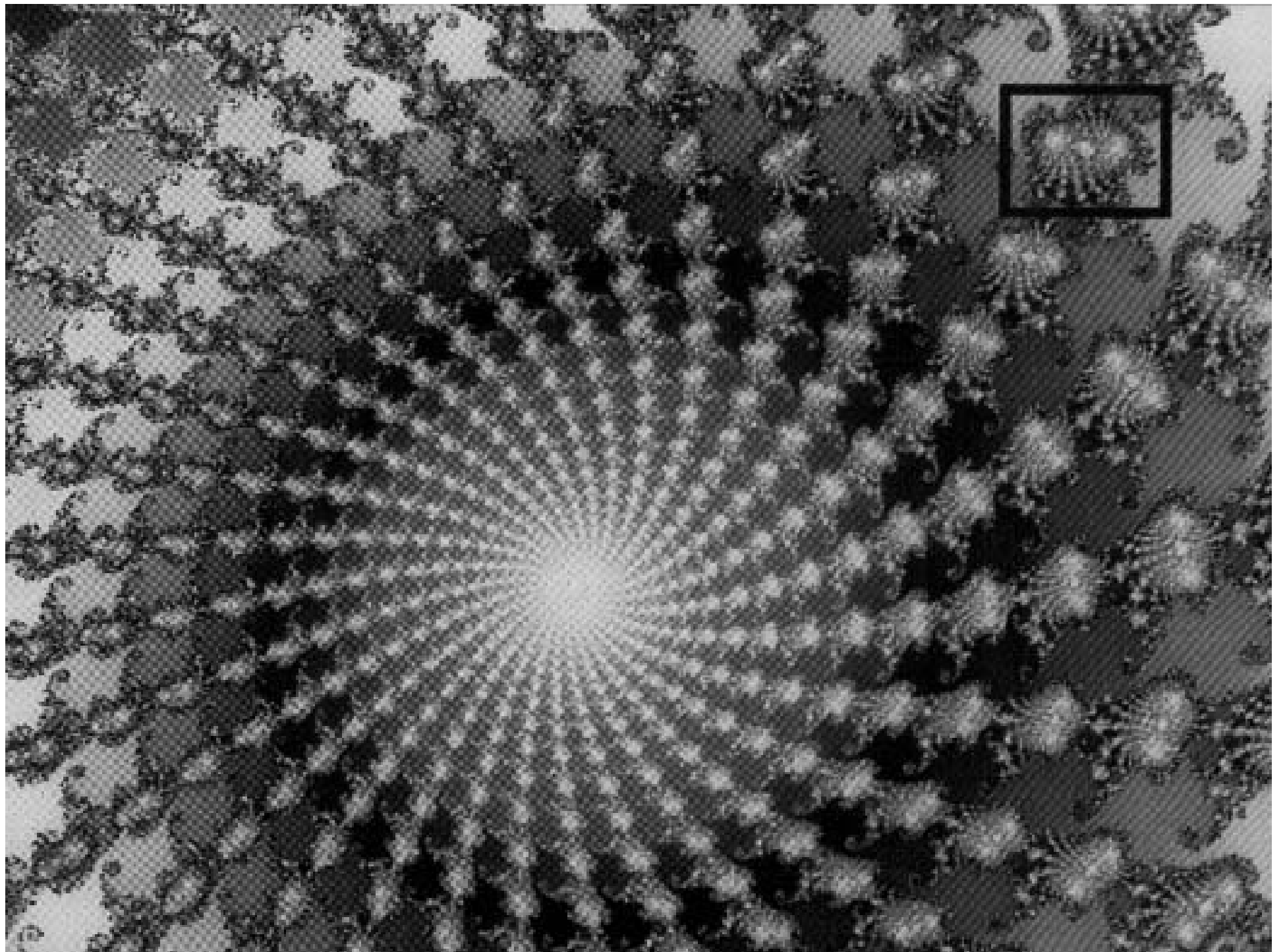


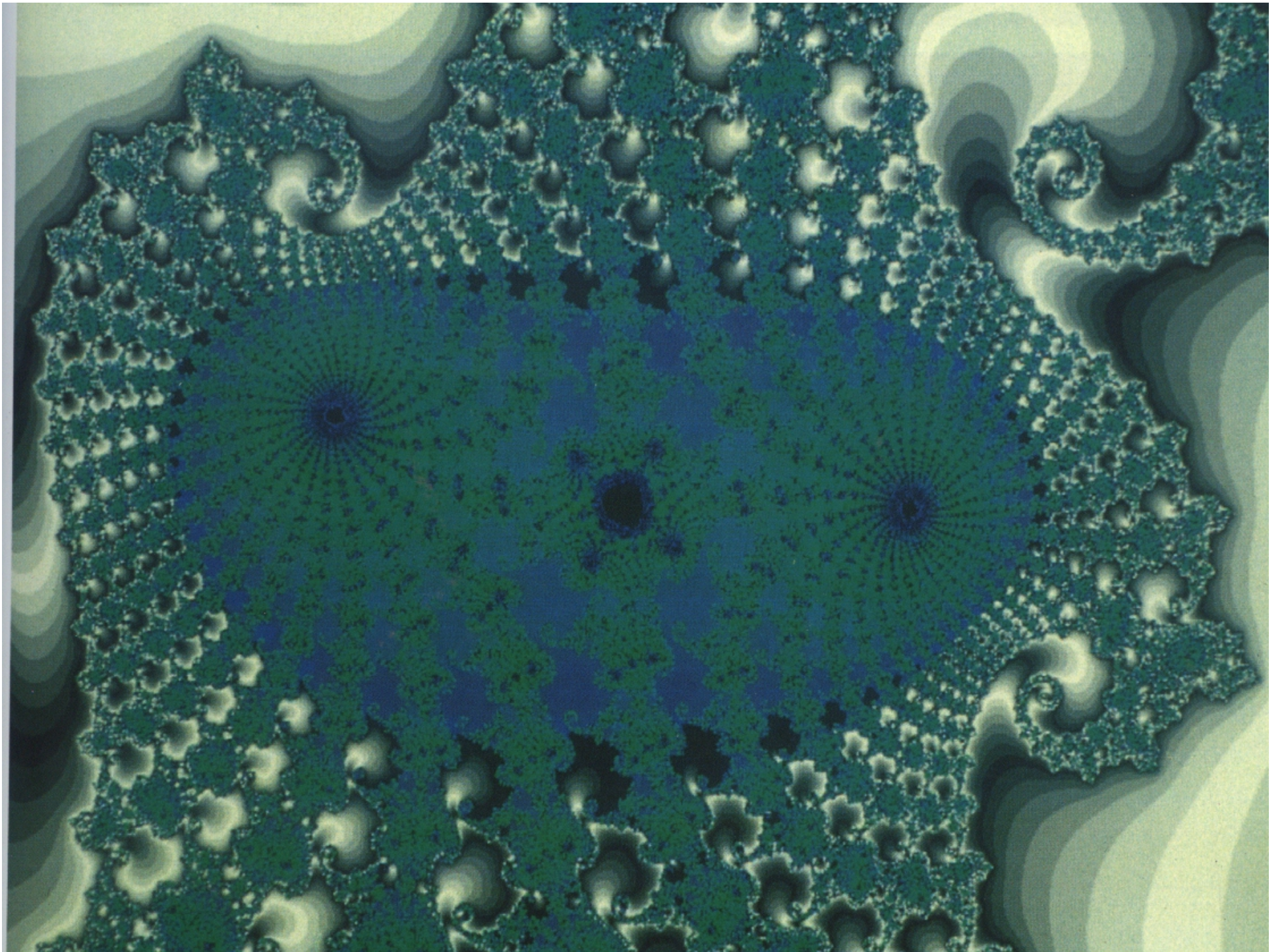
# L'ensemble de Mandelbrot

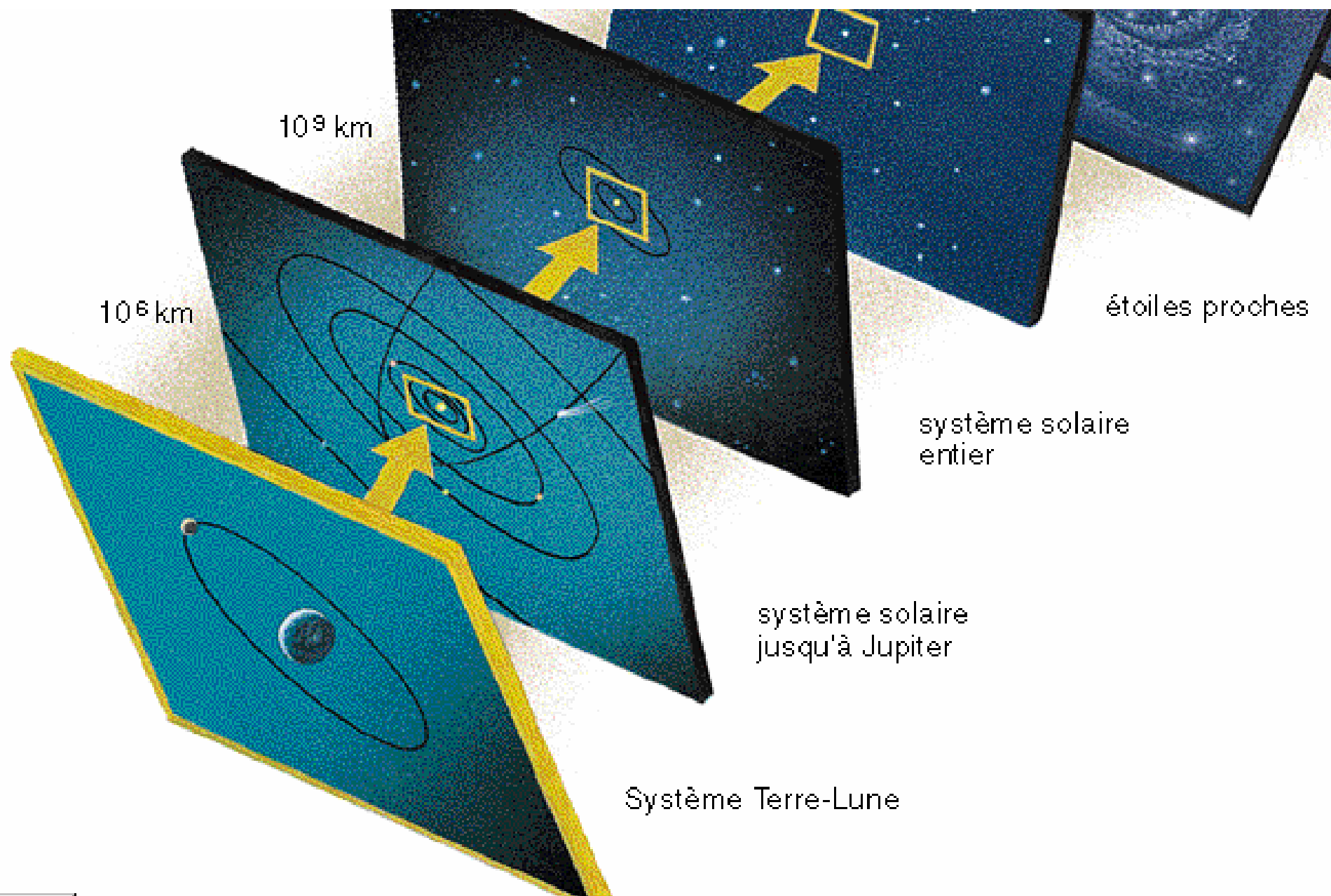


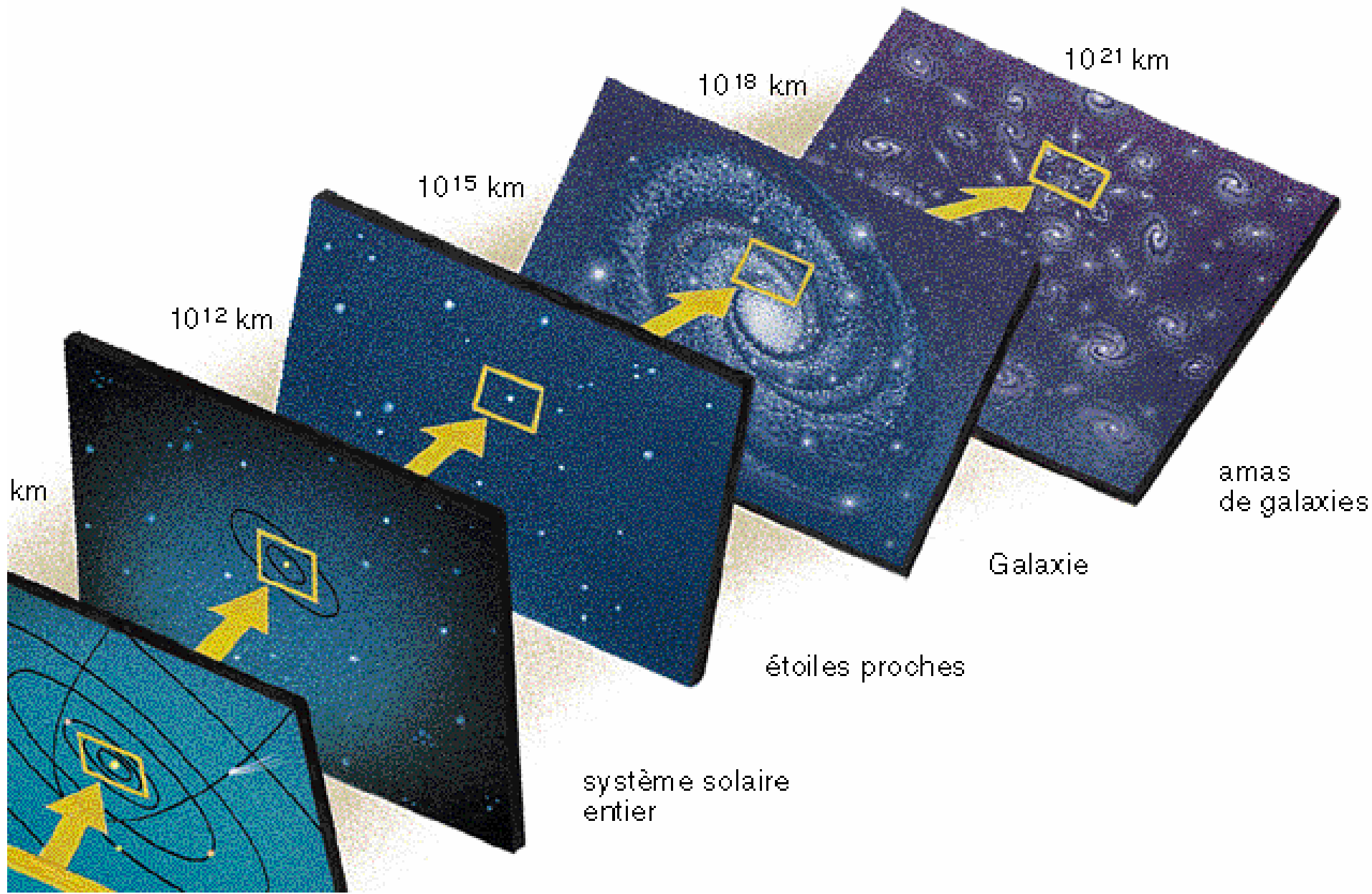






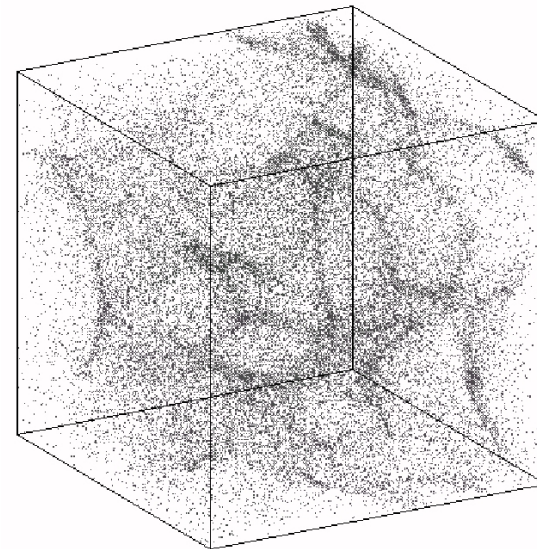
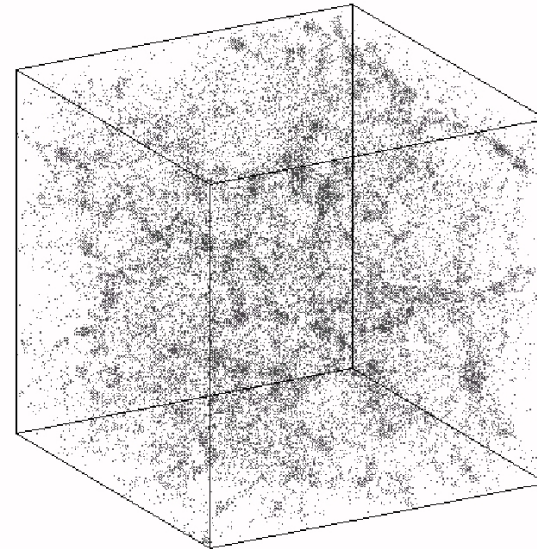






# Modélisation et Simulation

- Créer des astres virtuels
  - Variables et équations
- Passage des équations à la solution
  - Problèmes mathématiques
- Méthode de Monte-Carlo
  - Transfert de rayonnement
- Gaz sur réseau
  - Règle d'automates cellulaires

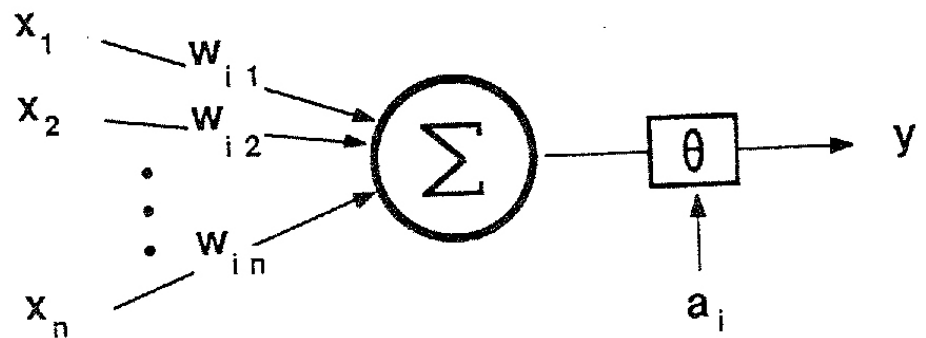


# Les Mathématiques Pour Analyser



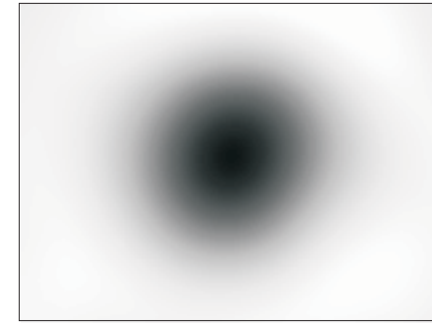
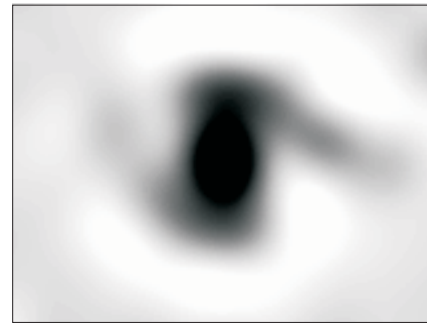
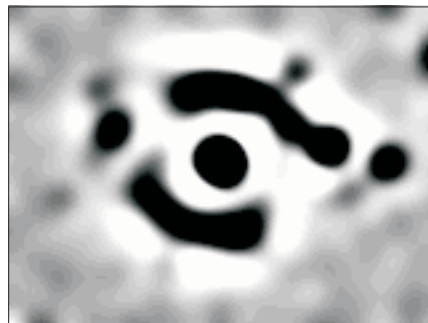
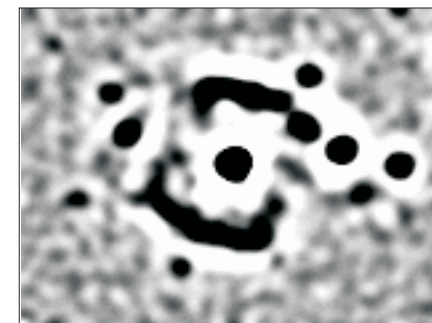
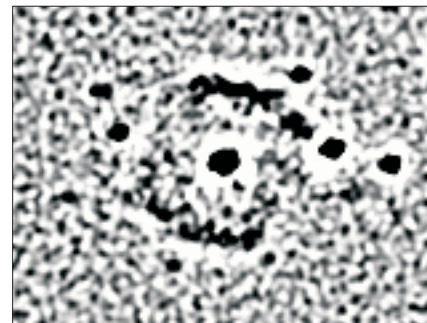
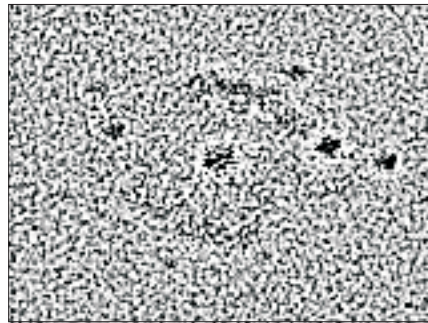
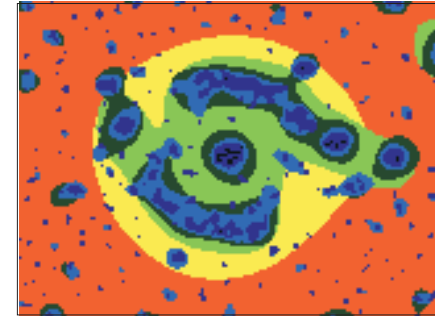
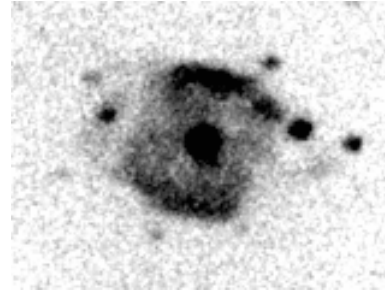
# Astro-Statistiques

- Croissance exponentielle des données
- Construction des bases de données
- Méthodes d'exploration des bases
- Classifications
  - Réseau de neurones artificiels



# Le Traitement du Signal

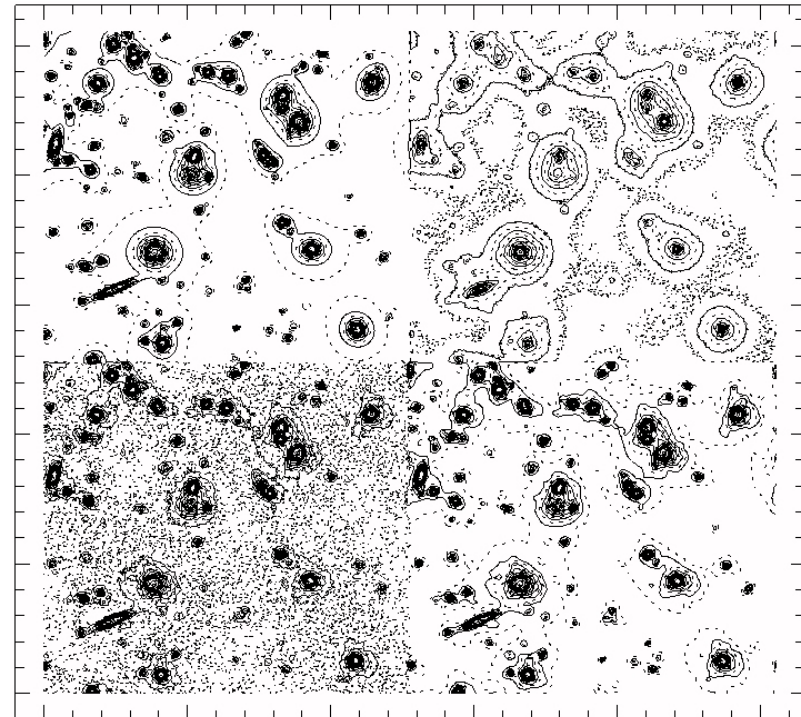
- Analyse de Fourier
- Transformation en ondelettes





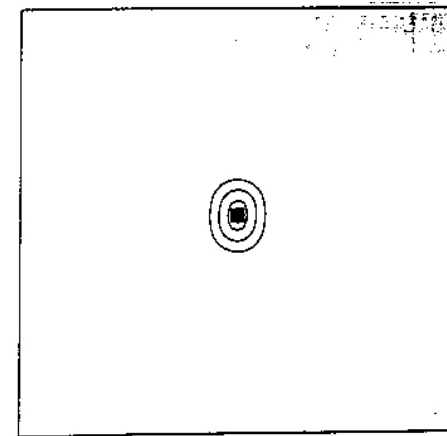
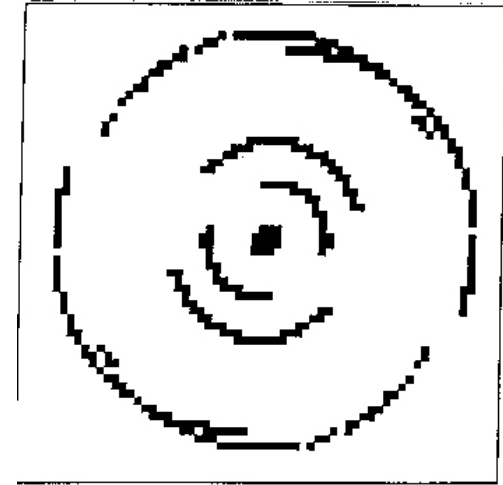
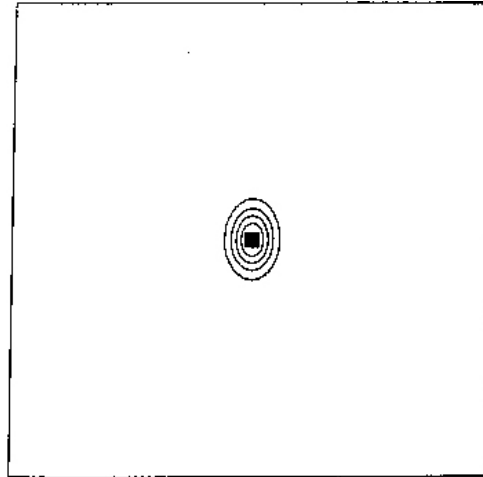
# Le Traitement de l'Image

- Corriger l'image
  - Distorsions géométriques et radiométriques
- Restaurer les images
  - La déconvolution
  - Le cas du HST
- La synthèse d'ouverture
  - CLEAN
- Comprimer les images
  - Transmettre sur un réseau



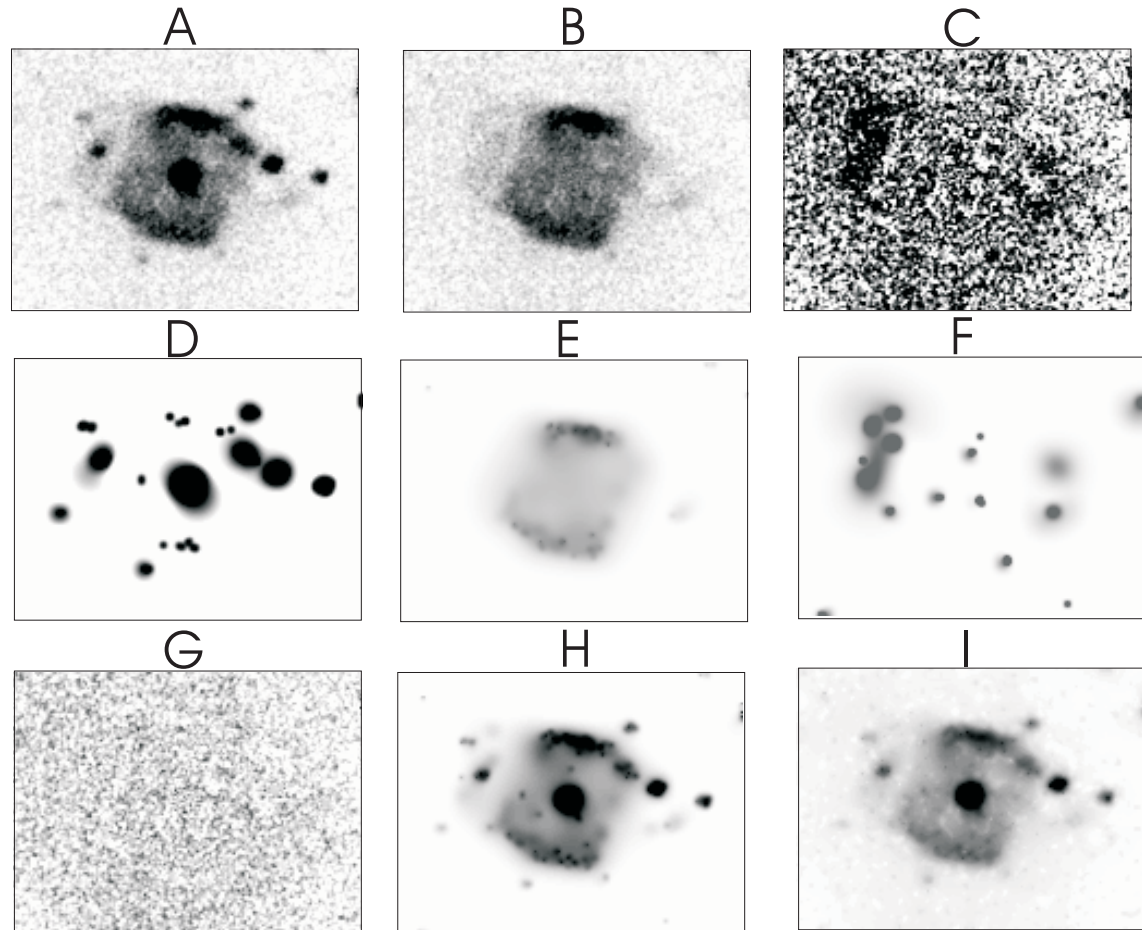
# Restauration en synthèse d'ouverture (CLEAN)

1. Image initiale
2. Couverture  
en fréquence
3. Image  
observée
4. Image  
restaurée



# L'analyse de l'image

- La vision par ordinateur
  - Détecter
  - Identifier
  - Mesurer
  - Classer
- La Morphologie Mathématique
- La vision multi échelles



# Les Mathématiques Expérimentales

- Les mathématiques permettent de définir des êtres de manière précise et de démontrer des théorèmes les concernant : ils conduisent aux modèles
- Les mathématiques appliquées fournissent les outils de simulation et d'analyse avec un ordinateur.
- Des logiciels permettent d'expérimenter les modèles pour analyser et pour interpréter les phénomènes célestes